

Умножение натуральных чисел

Содержание

[Определение действия умножение, компоненты произведения](#)

[Переместительный и сочетательный закон умножения](#)

[Особые случаи умножения](#)

[Умножение однозначных чисел](#)

[Умножение многозначного числа на однозначное](#)

[Умножение в столбик многозначного и однозначного чисел](#)

[Особые случаи умножения многозначных чисел](#)

[Общее правило умножения многозначных чисел](#)

[Умножение в столбик многозначных чисел](#)

[Некоторые особенности записи умножения в столбик](#)

[Изменение произведения при изменении сомножителей](#)

[Умножение числа на произведение и произведения на число](#)

[Распределительный закон умножения \(умножение суммы на число\)](#)

Я сперва покажу на примере, для чего нужно умножение, а после дам определение умножения и подробно расскажу об этом действии.

Допустим, мы хотим купить **14** тетрадей по **22** рубля каждая. Планируя покупку, нам нужно знать, сколько мы заплатим за всю покупку?

Чтобы ответить на этот вопрос, нам нужно сложить стоимость каждой тетради, которую мы хотим купить. А, так мы запланировали покупку **14** тетрадей, тогда мы складываем **22** рубля **14** раз, то есть, находим сумму **14** слагаемых, каждое из которых равно **22**:

$22+22+22+22+22+22+22+22+22+22+22+22+22+22+22=308$ (то есть, 308 рублей).

Если размер и количество одинаковых слагаемых небольшие, мы без особого труда можем найти их сумму. Но что же делать, если слагаемые многозначные и их количество велико?

Для ускорения подсчетов используется **действие умножения**.

Умножение – это арифметическое действие сложения определенного количества одинаковых слагаемых.

Действие умножение – это частный случай действия **сложение**.

Когда нам нужно сложить несколько одинаковых слагаемых, мы, вместо утомительного вычисления суммы одинаковых чисел, умножаем это слагаемое на количество его повторений. Если взять наш пример, то мы слагаемое **22** умножаем на количество – **14**.

Еще раз: **умножить 22** на **14** – это означает, что нам нужно **сложить 14** чисел, **каждое из которых** равно **22**.

Число, которое является повторяющимся слагаемым, называется **множимое** (то, что множится, умножается).

Число, которое указывает на количество одинаковых слагаемых, называется **множитель**.

Множимое и множитель имеют общее название – **сомножители**.

Результат действия умножения называется **произведением**.

Так, в нашем примере мы складываем цену одной тетради (22 рубля) столько раз, сколько тетрадями хотим купить (14 штук). Значит, 22 – это **множимое**, 14 – это **множитель**. Стоимость покупки, полученная в результате умножения 22 на 14 (308 рублей) – это **произведение**.

На записи **действие умножения обозначается** точкой (•) или косым крестом (x), которые ставятся между сомножителями. **В отдельных случаях** допускается обозначение звездочкой (*). Результат действия умножение, то есть, найденное произведение записывается в виде равенства. Если, к примеру, нужно умножить 22 на 14, то записать это действие и его результат можно так:

$$22 \bullet 14 = 308,$$

или

$$22x14=308,$$

или

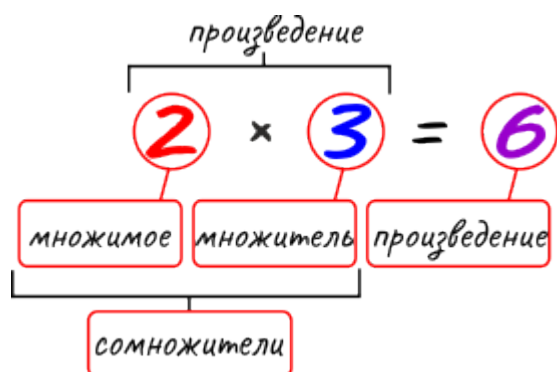
$$22*14=308.$$

При записи от руки действие умножение принято обозначать при помощи точки, косой крест используется в основном при печати, а звездочка – в компьютерном наборе. Но даже и во время компьютерного набора грамотнее использовать точку или косой крест (букву x).

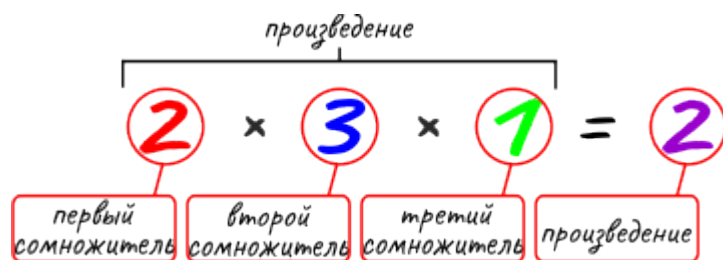
Прочитать действие умножения и результат можно такими способами:

- двадцать два умножить на четырнадцать будет триста восемь;
- двадцать два, умноженное на четырнадцать, равно триста восемь;
- двадцать два на четырнадцать – триста восемь;
- произведение двадцати двух и четырнадцати равно триста восемь.

Компоненты действия умножение для двух сомножителей:



Компоненты умножения для трех сомножителей и более:



Основные свойства умножения

Поскольку действие **умножение** является **частным случаем** действия сложение, то **основные свойства сложения** распространяются и на умножение.

Действие **умножение**, как и сложение, **можно выполнить всегда**, и при этом получается **единственный результат этого действия**.

Законы умножения и их следствия

Умножение обладает такими основными свойствами, называемые законами умножения, из которых вытекают остальные свойства и следствия:

- переместительный закон умножения;
- сочетательный закон умножения.

Переместительный закон умножения.

Произведение двух или нескольких сомножителей от изменения их порядка не меняется.

Это значит, что значение произведения не зависит от порядка перемножения сомножителей, то есть, от порядка выполнения действия умножение.

Для **двух сомножителей** мы можем записать **переместительный закон умножения** в общем виде так:

$$ab=ba.$$

Допустим, нам нужно подсчитать количество отделений в шкафу (рис. 1).

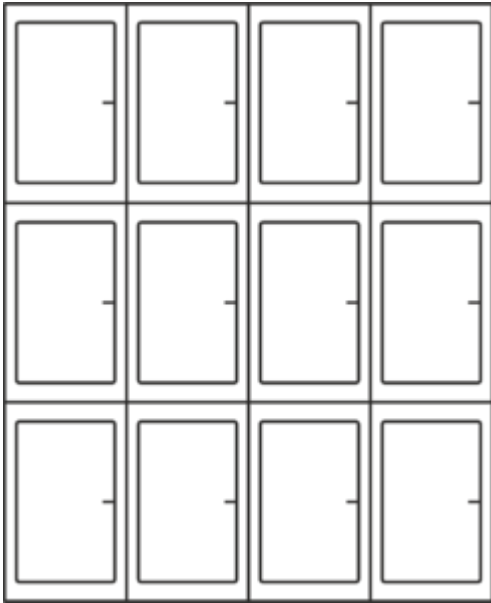


Рисунок 1.

В **верхнем ряду** их **5**, в среднем и нижнем тоже по **5** отделений. Нетрудно посчитать, что всего **во всех рядах** их: $5+5+5=15$, или $5 \cdot 3=15$.

Но **эти же самые отделения** можно считать и по вертикали, **по столбцам**: в первом их **3**, во втором тоже **3**, в третьем, четвертом и пятом столбцах их также по **3** штуки. То есть, **в каждом столбце** по **3** отделения. **Всего столбцов** **5**, поэтому: $3+3+3+3+3=15$, или $3 \cdot 5=15$.

Это означает, что $5 \cdot 3=3 \cdot 5$.

Это свойство также верно для трех и более сомножителей.

К примеру, нам нужно подсчитать количество отделений в двух одинаковых шкафах (рис. 2).

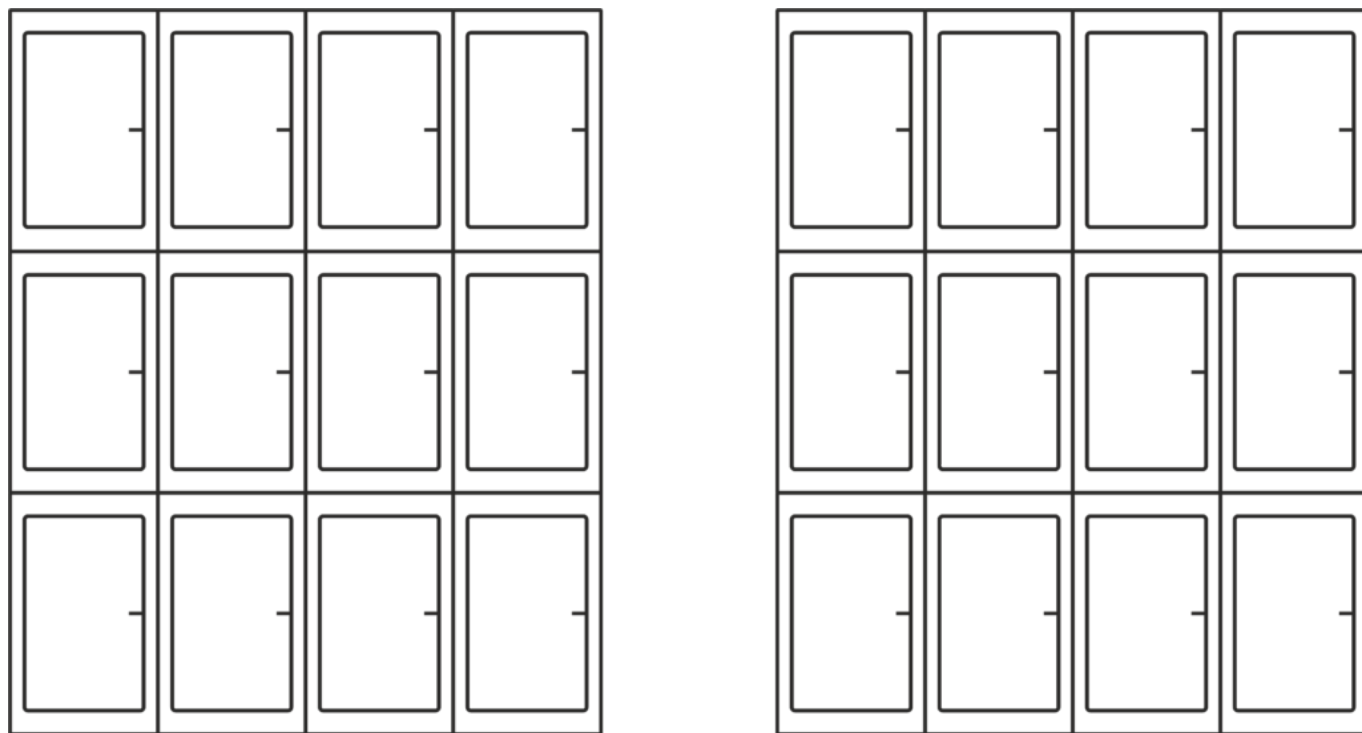


Рисунок 2.

В первом шкафу количество отделений, как мы уже выяснили, можно узнать, умножив количество отделений в одном ряду на количества рядов: $5 \cdot 3$.

Во втором шкафу количество отделений точно такое же ($5 \cdot 3$), поскольку два шкафа полностью одинаковые.

Общее количество отделений в двух шкафах можно найти, сложив количество отделений в каждом шкафу: $5 \cdot 3 + 5 \cdot 3$.

Выражение $5 \cdot 3$ – это не что иное, как повторяющееся слагаемое, поэтому мы можем заменить эту сумму произведением, умножив слагаемое $5 \cdot 3$ на количество его повторений, то есть, на 2:

$$5 \cdot 3 + 5 \cdot 3 = 5 \cdot 3 \cdot 2.$$

Найдя результаты левой и правой части этого равенства, мы убедимся, что они одинаковые, а значит, мы произвели замену суммы произведением верно:

$$15 + 15 = 15 \cdot 2,$$

$$30 = 30.$$

Но количество отделений в одном шкафу мы также можем найти, умножив количество рядов на количество отделений в одном ряду: $3 \cdot 5$. Тогда в двух шкафах у нас будет:

$$3 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 3 \cdot 5 \cdot 2,$$

$$15 + 15 = 15 \cdot 2,$$

$$30 = 30.$$

Значит, $5 \cdot 3 \cdot 2 = 3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$.

Также мы можем сразу умножить количество шкафов на количество

отделений в одном шкафу. Тогда мы получим: $2 \cdot 5 \cdot 3 = 30$ или $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$, в зависимости от того, каким способом мы посчитали, сколько отделений содержит один шкаф.

Поэтому, для трех сомножителей переместительный закон умножения в общем виде выглядит так:

$$abc = acb = bac = bca = cab = cba.$$

Сочетательный закон умножения.

Результат умножения трех и более чисел не изменяется, если любые из этих сомножителей заменить их произведением.

Следовательно, мы можем группировать множители между собой каким угодно образом, и выполнять действие умножения с этими группами.

В общем виде для трех сомножителей сочетательный закон умножения можно выразить так:

$$abc = a(bc) = (ab)c = b(ac).$$

Этот закон можно назвать следствием переместительного закона умножения.

Действительно, согласно переместительному закону, мы можем перенести множители, стоящие в конце выражения $a \cdot b \cdot c \cdot d$, в его начало, и объединить их в одну группу $(c \cdot d) \cdot a \cdot b$, то есть, найти их произведение $c \cdot d$. А так как при изменении порядка сомножителей, результат действия умножение не изменяется, то и изменение порядка групп сомножителей одного

произведения, также не влияют на результат.

Так, при подсчете количества отделений в двух шкафах на рисунке 2, мы можем сперва найти число отделений в одном шкафу, а потом умножить результат на **2**:

$$(5 \cdot 3) \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30,$$

или

$$(3 \cdot 5) \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30,$$

а можем сперва найти общее количество рядов отделений в обоих шкафах, а после умножить их на количество отделений в ряду:

$$(3 \cdot 2) \cdot 5 = 6 \cdot 5 = 30.$$

Как видите, результат во всех случаях одинаковый.

Особые случаи умножения: умножение единицы и нуля

Если в произведении двух чисел один из сомножителей единица, то произведение равно второму сомножителю:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$$

Действительно, при умножении любого числа на **1**, мы берем это число **1** раз, а значит, получаем только это число.

А при умножении единицы на любое число (например, **1·7**) мы находим сумму семи единиц, то есть, то количество единиц, из которых состоит данное число. Следовательно, сумма этих единиц равна самому данному числу:

$$1+1+1+1+1+1+1=7.$$

Если в произведении любого количества сомножителей **одним из сомножителей является нуль**, то и произведение равно нулю:

$$a \cdot b \cdot 0 = 0 \cdot a \cdot b = a \cdot 0 \cdot c = 0.$$

Так, при умножении любого числа на **0**, мы берем это число **0** раз, то есть, **не берем ни разу**. А если ничего не брать, то ничего и не получится.

А при умножении нуля на любое число, мы находим сумму нулей, которая, как вам известно, равна **0**.

Умножение однозначных чисел

Умножение двух однозначных натуральных чисел a и b – это нахождение суммы b слагаемых, каждое из которых равно числу a , и при этом a и b являются [натуральными числами](#).

Если a и b – числа, находящиеся в самом начале [натурального ряда](#), то найти такую сумму особого труда не составляет: $1 \cdot 2 = 1 + 1 = 2$. Но если взять числа, которые замыкают первый десяток, например, 8 и 9 , то для вычисления $8 \cdot 9$, а именно, суммы $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 72$, то в этом случае вычисление результата потребует от нас определенного времени.

Для облегчения вычисления, были посчитаны результаты умножения всех однозначных чисел друг на друга, и сведены в специальные таблицы умножения.

Умножение однозначных чисел – это основа быстрого и точного вычисления произведений любых чисел, поэтому очень **важно знать на память все таблицы умножения**.

Умножение многозначного числа на однозначное

Допустим, нам нужно умножить 985 на 4 . Умножить 985 на 4 – это сложить 4 раза число 985 , то есть, $985 + 985 + 985 + 985$. Мы можем

представить **каждое из слагаемых 985** в виде суммы его разрядных слагаемых, а именно: **900+80+5**. Получится такое выражение:

$$900+80+5+900+80+5+900+80+5+900+80+5.$$

Воспользуемся законами сложения и **сгруппируем одинаковые слагаемые** этого выражения вместе:

$$900+900+900+900+80+80+80+80+5+5+5+5,$$

$$(900+900+900+900)+(80+80+80+80)+(5+5+5+5).$$

Суммы в скобках мы можем **заменить на произведение** одинаковых слагаемых и числа этих слагаемых в каждой скобке:

$$900 \cdot 4 + 80 \cdot 4 + 5 \cdot 4.$$

Таким образом, **чтобы умножить многозначное число на однозначное**, достаточно умножить это однозначное число на количество единиц в каждом разряде многозначного числа, и сложить полученные результаты.

Умножение в столбик многозначного числа

на однозначное

Удобно и быстро умножить многозначное число на однозначное, и при этом не запутаться в расчете помогает запись **вычисления в столбик**.

Для этого пишем множимое **985**, и под цифрой его разряда единиц записываем множитель **4**. Проводим под множителем горизонтальную черту, ставим между сомножителями знак умножения (точку или косой крест), и получаем такую запись:

$$\begin{array}{r} \times 985 \\ \underline{} \\ 4 \end{array}$$

4 раза по **5** единиц – это будет **20** единиц, то есть, **2** десятка и **0** простых единиц. Поэтому, пишем под чертой в разряде единиц **0**, а **2** десятка запоминаем или записываем маленькую цифру **2** над разрядом десятков множимого **985**:

$$\begin{array}{r} \\ \times 985 \\ \underline{} \\ 0 \end{array}$$

4 раза по **8** десятков – это **32** десятка. Прибавим к ним **2** десятка, которые получились после умножения однозначного числа на единицы, получим **32** десятка, то есть, **3** сотни и **2** десятка. Цифру **2** пишем под чертой в разряде десятков, а над разрядом

сотен множимого **975** (в уме) ставим маленькую цифру **3**:

$$\begin{array}{r} \\ \\ \times 985 \\ \\ \\ \hline 40 \end{array}$$

4 раза по **9** сотен – это **36** сотен. Прибавим к ним **3** сотни, которые держим в уме, получаем **39** сотен, или **3** тысячи и **9** сотен. Значит, пишем под горизонтальной чертой в разряде сотен цифру **9** и, поскольку в множимом **985** нет ни одной тысячи, то сразу запишем в результате под чертой цифру **3** в разряде тысяч:

$$\begin{array}{r} \\ \\ \times 985 \\ \\ \\ \hline 3940 \end{array}$$

Умножение многозначных чисел

Прежде чем рассказать, как в общем случае умножить одно многозначное число на другое, я расскажу о **двух частных случаях умножения** многозначных чисел:

- умножение на число, которое начинается на единицу, и заканчивается любым количеством нулей;
- умножение на число, которое начинается на любые, отличные от нуля, цифры, и заканчивается одним или несколькими нулями.

Умножение на число, состоящее из единицы и любого количества нулей

Пусть необходимо умножить **327** на **10**. Это означает, что мы должны **10** раз взять (сложить) число **327**. Известно, что если мы возьмем (сложим) одну единицу **10** раз, то мы получим **1** десяток, значит, взяв **327** единиц **10** раз, у нас будет **327** десятков, то есть, **3270** единиц. Значит:

$$327 \cdot 10 = 3270$$

Рассмотрим еще один пример. Умножим **327** на **100**, то есть, **100** раз возьмем (сложим) число **327**. Если единицу повторить **100** раз, получится **100** единиц, или одна сотня. Значит, **327** единиц, повторенные **100** раз, дадут нам **327** сотен, что можно записать так: **32700**.

$$327 \cdot 100 = 32700$$

Итак, чтобы умножить какое-нибудь число на другое, которое начинается на единицу, и заканчивается любым количеством нулей, достаточно к концу первого числа дописать столько нулей, сколько содержится во втором числе.

Умножение на число, которое начинается цифрами, и заканчивается любым количеством нулей

Например, умножим то же самое число **327**, но уже на **20**. Это означает, что мы должны сложить одно и то же число **327** друг с другом **20** раз:

$327+327$.

Воспользуемся **сочетательным законом умножения**, и представим эти слагаемые в виде **10** одинаковых групп, каждая из которых содержит два слагаемых **327**:

$(327+327)+(327+327)+ (327+327)+(327+327)+ (327+327)+(327+327)+ (327+327)+(327+327)+ (327+327)+(327+327)$.

Сумму в скобках мы можем, согласно определению действия умножение, **заменить на произведение**, поскольку слагаемые суммы у нас одинаковые. Получим следующее:

$(327 \cdot 2)+(327 \cdot 2)+ (327 \cdot 2)+(327 \cdot 2)+ (327 \cdot 2)+(327 \cdot 2)+ (327 \cdot 2)+(327 \cdot 2)+ (327 \cdot 2)+(327 \cdot 2)$.

Но здесь мы опять видим, что **выражение состоит из десяти одинаковых слагаемых**, каждое из которых представляет собой произведение. Значит, мы и это выражение можем **представить в виде произведения**:

$$(327 \cdot 2) \cdot 10.$$

Рассмотрим другой пример: $764 \cdot 300$.

Здесь нам нужно найти сумму 300 чисел, каждое из которых – это число 764 . Эти 300 слагаемых мы группируем в 100 групп, в каждой из которых содержится 3 слагаемых 764 . Можем ли мы узнать, какое число единиц содержит каждая из 100 групп? Да, можем. Для этого нам нужно найти сумму трех слагаемых 764 , или просто 764 умножить на 3 .

$$764 \cdot 3 = 2292.$$

Зная, сколько единиц содержится в одной группе и количество этих одинаковых групп, мы можем найти, сколько единиц находится во всех этих группах. Групп у нас 100 , значит, мы находим сумму 100 слагаемых, каждое из которых – это найденное нами число 2292 . То есть, 2292 умножаем на 100 . Для этого достаточно просто приписать справа к числу 2292 два нуля:

$$2292 \cdot 100 = 229200.$$

Итак, чтобы умножить какое-нибудь число на другое, начинающееся любыми цифрами и заканчивающееся нулями, достаточно умножить первое число на число, образованное первыми цифрами второго, а к результату приписать справа столько нулей, сколько их было в конце второго числа. Иными словами: нужно от второго числа отбросить нули в конце,

умножить получившиеся числа, а к результату приписать справа столько нулей, сколько изначально отбросили.

Общее правило умножения чисел

Допустим, необходимо найти произведение двух многозначных чисел **2834** и **168**. Это означает, что нам нужно сложить **168** одинаковых чисел, каждое из которых равно **2834**:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 167 & 168 \\ 2834+2834+ \dots +2834+2834 \end{array}$$

Количество слагаемых (**168**) мы можем разложить на разрядные слагаемые (**100+60+8**) и согласно сочетательному закону сложения сгруппировать их следующим образом: сто слагаемых плюс шестьдесят слагаемых плюс восемь слагаемых.

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 100 & 1 & 2 & 60 & 1 & 2 & 8 \\ (2834+2834+ \dots +2834)+(2834+2834+ \dots +2834)+(2834+2834+ \dots +2834) \end{array}$$

Исходя из определения умножения, выражения в скобках мы можем представить не в виде суммы большого количества слагаемых, а как сумму произведений:

$$2834 \cdot 100 + 2834 \cdot 60 + 2834 \cdot 8$$

Таким образом, чтобы умножить два многозначных числа, достаточно последовательно умножить одно из этих чисел на количество единиц каждого из разрядов второго числа, и сложить полученные результаты.

Частное произведение – это число, полученное после умножения одного из сомножителей на количество единиц какого-либо разряда другого сомножителя.

Умножение в столбик многозначных чисел

При записи действия умножения в столбик сомножители располагаются друг под другом таким образом, чтобы **совпадали соответствующие разряды обоих чисел**; под множителем проводим горизонтальную черту, и ставим между сомножителями знак действия умножения:

$$\begin{array}{r} 2834 \\ \times 168 \\ \hline \end{array}$$

Далее, умножаем множимое **2834** последовательно на количество единиц каждого разряда множителя справа налево, то есть, начиная с младшего разряда.

Умножаем **2834** на **8** единиц, получается **22672** единиц. Результат умножения, то есть, **первое частное произведение**, записываем под горизонтальной чертой.

$$\begin{array}{r}
 2834 \\
 \times 168 \\
 \hline
 22672
 \end{array}$$

Далее, нам нужно умножить множимое на **6** десятков; для этого умножаем **2834** на **6**, а к результату приписываем **0**, получается **170040**.

В частных произведениях обычно **не пишут (опускают) нули в конце числа** для упрощения записи. При этом следует не забывать, что, первую полученную цифру частного произведения нужно писать в том разряде, цифру которого мы умножаем на множимое.

В нашем случае **это выглядит так**. Цифра **6**, которую мы умножаем на множимое **2834**, находится в числе **168** в разряде десятков, то есть, обозначает количество десятков. Следовательно, первую полученную цифру частного произведения нужно записать в разряде десятков, потому что сейчас мы именно количество десятков умножаем на множимое.

Итак, **$6 \cdot 4 = 24$** , значит мы пишем в строке под первым частным произведением в разряде десятков цифру **4**, а **20** десятков, то есть, **2** сотни, запоминаем. Далее считаем и записываем так же, как и любое другое умножение многозначного и однозначного чисел. После нахождения второго частного произведения, у нас получилась такая запись:

$$\begin{array}{r}
 \times 2834 \\
 \underline{168} \\
 22672 \\
 17004
 \end{array}$$

Теперь умножаем множимое на **1** сотню. Для этого достаточно умножить **2834** на **1** и **приписать справа два нуля**, получится **283400**. Но в записи мы нули не пишем, поэтому начинаем писать третье частное произведение с разряда сотен.

$$\begin{array}{r}
 \times 2834 \\
 \underline{168} \\
 22672 \\
 17004 \\
 2834
 \end{array}$$

Нам осталось только **сложить три полученные частные произведения**.

$$\begin{array}{r}
 2834 \\
 \times 168 \\
 \hline
 22672 \\
 17004 \\
 2834 \\
 \hline
 476112
 \end{array}$$

Итак, результат умножения $2834 \cdot 168 = 476112$.

Некоторые особенности записи умножения в столбик

При записи нахождения произведения двух чисел в столбик существуют некоторые особенности, которые помогают сократить запись и упростить наглядность вычисления. Все они являются следствием свойств умножения.

Если у первого сомножителя количество цифр, составляющих его, меньше, чем у второго, то удобно при записи в столбик поменять сомножители местами, записав число с большим количеством цифр первым. Например, произведение $284 \cdot 12093$ находят как $12093 \cdot 284$. Это делается, чтобы избавиться от необходимости находить много частных произведений.

Если в множителе некоторые цифры являются нулями, то можно не записывать соответствующие промежуточные произведения, которые, что очевидно, будут равняться также нулю. При этом промежуточное произведение, полученное от умножения следующей

значащей цифры (то есть, отличной от нуля) на множимое, начинают записывать с разряда, соответствующего положению этой значащей цифры. Например:

$$\begin{array}{r} \times 20389 \\ \quad 1050 \\ \hline 101945 \\ 20839 \\ \hline 21408450 \end{array}$$

Если один из сомножителей представляет собой число, которое оканчивается любым количеством нулей, то мы записываем сомножители в столбик так, как будто этих нулей нет, находим произведение, мысленно отбросив эти нули, а потом к получившемуся после умножения числу приписываем отброшенные нули и получаем окончательный результат.

$$\begin{array}{r} 276 \\ \times 38000 \\ \hline 2208 \\ 828 \\ \hline 10488000 \end{array}$$

Если оба сомножителя — это числа, оканчивающиеся любым количеством нулей, то мы записываем их в столбик так, как будто этих нулей нет, а после нахождения произведения чисел без нулей, приписываем к ним столько нулей, сколько их было изначально.

$$\begin{array}{r}
 38500 \\
 \times 270000 \\
 \hline
 2695 \\
 770 \\
 \hline
 10395000000
 \end{array}$$

Попробуйте самостоятельно доказать справедливость этого утверждения. Пишите в комментариях, получилось ли это у вас или нет.

Изменение произведения чисел при изменении его сомножителей

Чтобы понять, что происходит с произведением чисел при изменении одного или нескольких сомножителей, нужно вспомнить, что **действие умножения – это частный случай действия сложения**, а также переместительный и сочетательный законы сложения.

Если **увеличить один из сомножителей** в несколько раз, произведение также увеличится в это же число раз.

Рассмотрим пример **18 • 2**. Увеличив второй сомножитель, к примеру, в **3** раза, мы получим другое выражение: **18 • 6**.

Действительно:

$$18 \cdot 2 = 36$$
$$18 \cdot 6 = 108.$$

Если мы увеличим **36** в **3** раза, то мы получим как раз **108**.

По-другому и быть не может, и вот почему.

Первое произведение представляет собой сумму двух слагаемых:

$$18+18.$$

Второе произведение – это сумма шести таких же слагаемых:

$$18+18+18+18+18+18.$$

Если мы, воспользовавшись сочетательным законом умножения, сгруппируем эти слагаемые по **2**, то получим следующее:

$$(18+18)+(18+18)+(18+18).$$

Как видите, у нас получилось **3** одинаковых слагаемых, каждый из которых равен первому произведению. А это значит, что полученное произведение состоит из трех, которые были даны изначально, то есть, в **3** раза больше начального. Что и требовалось доказать.

Для второго сомножителя справедливость этого свойства

доказывается **на основе переместительного закона умножения**.

Если **уменьшить один из сомножителей** в несколько раз, произведение также уменьшится в это же число раз.

Попробуйте самостоятельно доказать правильность этого свойства. Пишите в комментариях, получилось ли это у вас?

Если **увеличить один из сомножителей в несколько раз, а второй в это же число раз уменьшить**, то произведение при этом не поменяется.

Действительно, **при увеличении одного из сомножителей произведение увеличивается**, а **при уменьшении другого сомножителя произведение уменьшается**. Поэтому, если увеличить одно и одновременно уменьшить другое число, то **эти изменения компенсируют друг друга**, и произведение **останется неизменным**:

$$32 \cdot 8 = 256,$$

Увеличим первый сомножитель в **4** раза, а второй во столько же раз уменьшим:

$$128 \cdot 2 = 256.$$

Теперь уменьшим первый сомножитель произведения **32** **• 8** в **4**

раза, а второй уменьшим в это же число раз:

$$8 \cdot 32 = 256.$$

Умножение произведения на число и числа на произведение

Если необходимо **умножить произведение на число**, нужно любой сомножитель этого произведения умножить на данное число, а результат умножить последовательно на оставшиеся сомножители.

$$(a \cdot b \cdot c) \cdot d = (a \cdot d) \cdot b \cdot c = (b \cdot d) \cdot a \cdot c = (c \cdot d) \cdot a \cdot b$$

Действительно, пусть требуется найти результат $(7 \cdot 9 \cdot 2) \cdot 5$. Мы можем сперва вычислить произведение в скобках (оно равно **126**), а потом умножить его на **5** (результат **630**). А можем, чтобы быстрее вычислить результат в уме, сперва умножить **5** на **2**, чтобы получить круглое число **10**, и потом легко вычислить ещё два произведения, воспользовавшись частными правилами умножения, описанными выше:

$$\begin{aligned} 10 \cdot 7 &= 70 \text{ (просто приписываем к семерке ноль),} \\ 70 \cdot 9 &= 630 \text{ (находим по таблице умножения } 7 \cdot 9 = 63 \text{ и} \\ &\text{приписываем в конце ноль).} \end{aligned}$$

То есть, мы видим, что $(7 \cdot 9 \cdot 2) \cdot 5 = (5 \cdot 2) \cdot 7 \cdot 9$.

Когда я пишу «находим по таблице умножения», это означает, что мы вспоминаем эту строку из таблицы, а не ищем её там на самом

деле. Таблицу умножения нужно знать наизусть!

Если необходимо **умножить число на произведение**, нужно умножить данное число на любой сомножитель, а результат умножить на оставшиеся сомножители.

$$a \cdot (b \cdot c \cdot d) = (a \cdot b) \cdot c \cdot d = (a \cdot c) \cdot b \cdot d = (a \cdot d) \cdot b \cdot c.$$

Рассмотрим такой пример: $6 \cdot (3 \cdot 5 \cdot 2)$. Если найти значение произведения в скобках (**30**), а потом умножить на него число **6**, результатом будет **180**. А можно сначала умножить число **6** на **5** (будет **30**), а потом результат умножить с остальными сомножителями:

$$30 \cdot 3 = 90,$$

$$90 \cdot 2 = 180.$$

Оба эти свойства являются **очевидными следствиями переместительного и сочетательного законов умножения**.

Распределительный закон умножения (умножение суммы на число)

Когда мы рассматривали умножение многозначного и однозначного чисел, мы раскладывали число **975** на его разрядные слагаемые (**900+70+5**), а потом умножали на **4** отдельно каждое это

слагаемое. Аналогично можно поступать при умножении числа на любую сумму.

Например, найдем произведение суммы $5+2+4+9$ и числа 3 . Это означает, что нужно найти такую сумму:

$$(5+2+4+9)+(5+2+4+9)+ (5+2+4+9).$$

Все эти слагаемые представляют собой одну сумму чисел, сгруппированных в определенные группы. Запишем их без скобок:

$$5+2+4+9+5+2+4+9+5+2+4+9,$$

а затем, используя переместительный и сочетательный законы сложения, сгруппируем одинаковые слагаемые:

$$(5+5+5)+(2+2+2)+(4+4+4)+(9+9+9).$$

Основываясь на определении действия умножения, так как мы имеем в каждой скобке одинаковые слагаемые, переписываем это выражение следующим образом:

$$5 \cdot 3+2 \cdot 3+4 \cdot 3+9 \cdot 3.$$

Распределительный закон умножения: для умножения суммы на любое число, необходимо каждое слагаемое этой суммы умножить на данное число, а затем сложить полученные произведения.

Согласно переместительному закону умножения, это свойство

справедливо и при умножении числа на сумму.

Для умножения числа на сумму, необходимо умножить данное число на каждое слагаемое этой суммы, а результаты полученных произведений сложить.

$$(a+b+c+d) \cdot z = z \cdot (a+b+c+d) = a \cdot z + b \cdot z + c \cdot z + d \cdot z.$$

Название распределительный происходит от того, что действие умножения на сумму распределяется между каждым из слагаемых этой суммы.